

## Hink-stap-sprong

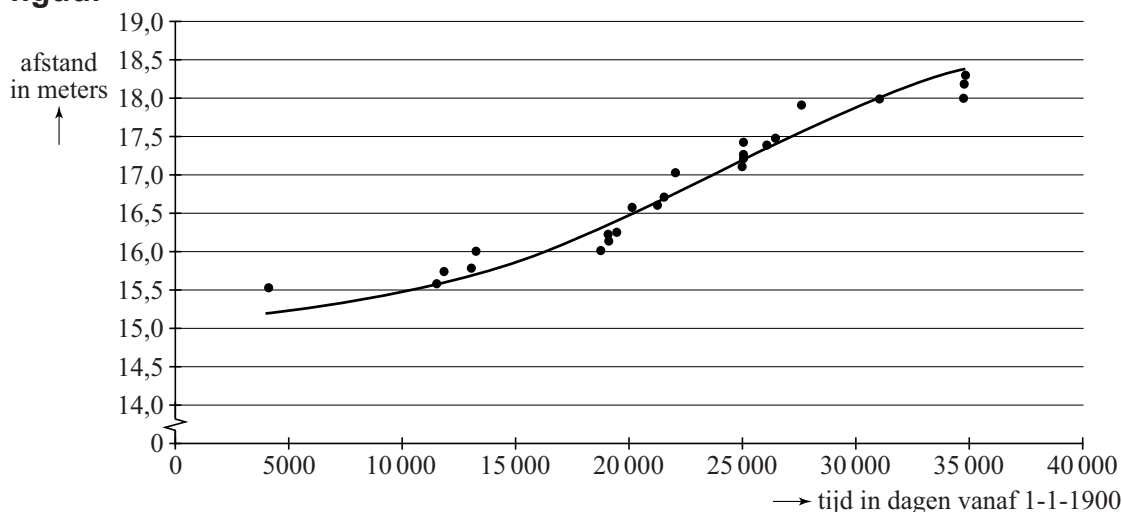
Het wereldrecord op het atletieknummer hink-stap-sprong is in de 20e eeuw 24 maal verbeterd. De tabel geeft hiervan een overzicht.

**tabel**

30-5-1911	15,52 m	26-3-1955	16,56 m	5-8-1971	17,40 m
27-10-1931	15,58 m	19-7-1958	16,59 m	17-10-1972	17,44 m
14-8-1932	15,72 m	3-5-1959	16,70 m	15-10-1975	17,89 m
14-12-1935	15,78 m	5-8-1960	17,03 m	16-6-1985	17,97 m
6-8-1936	16,00 m	16-10-1968	17,10 m	18-7-1995	17,98 m
30-9-1951	16,01 m	17-10-1968	17,22 m	7-8-1995	18,16 m
23-7-1952	16,12 m	17-10-1968	17,23 m	7-8-1995	18,29 m
23-7-1952	16,22 m	17-10-1968	17,27 m		
19-7-1953	16,23 m	17-10-1968	17,39 m		

Het verloop van het wereldrecord in de tijd wordt met stippen weergegeven in de onderstaande figuur.

**figuur**



Voor het verband tussen tijd  $t$  (in dagen sinds 1 januari 1900, dus  $t=0$  op 1 januari 1900) en het wereldrecord  $w$  in meters is door een wiskundige het volgende model opgesteld:

$$w = 15 + \frac{4}{1 + 36 \cdot e^{-0,00015t}}$$

Ook de grafiek die hoort bij dit model zie je in de bovenstaande figuur.

- 4p 16 Bereken met de formule in welk jaar volgens dit model het wereldrecord voor het eerst boven de 18 meter zou komen. Je hoeft hierbij geen rekening met schrikkeljaren te houden.

Volgens dit model zal het wereldrecord hink-stap-sprong op den duur naar een grenswaarde naderen.

- 3p 17 Beredeneer met behulp van de formule voor  $w$  wat deze grenswaarde is.

Een formule voor de afgeleide functie van  $w$  is  $w'(t) = \frac{0,0216 \cdot e^{-0,00015t}}{(1+36 \cdot e^{-0,00015t})^2}$ .

- 4p 18 Toon dit aan.

De afgeleide beschrijft met hoeveel meter het record (theoretisch) per dag stijgt.

- 5p 19 Bereken met behulp van de afgeleide in welk jaar het wereldrecord hink-stap-sprong volgens het model het **snelst** toenam en onderzoek of dit overeenkomt met de werkelijkheid. Je hoeft hierbij geen rekening met schrikkeljaren te houden.

Veel mensen meten de tijd liever in jaren dan in dagen. Voor hen stelt de wiskundige een andere formule op, van de vorm

$$w = 15 + \frac{4}{1 + 36 \cdot e^{-j}}$$

Hierin is  $j$  de tijd in jaren, waarbij  $j = 0$  overeenkomt met 1 januari 1900.

- 3p 20 Bepaal de waarde van het getal dat op de puntjes voor  $j$  moet staan. Je hoeft hierbij geen rekening met schrikkeljaren te houden.